



ISFODOSU

## INSTITUTO SUPERIOR DE FORMACIÓN DOCENTE SALOMÉ UREÑA

Vicerrectoría de Investigación y Postgrado

Dirección de Investigación

### Proyectos de Innovación Docente

Recinto:	Luís Napoleón Núñez Molina - LNNM
Nombre/s completo/s participante/s:	1. Pedro Leonardo Peña Duarte
	2.
	3.
Email/s:	1. <a href="mailto:Pedro.pena@isfodosu.edu.do">Pedro.pena@isfodosu.edu.do</a>
	2.
	3.
Nombre del PID:	<b>Obstáculos epistemológicos y una propuesta para la enseñanza de operación binaria en matemáticas</b>
Línea de actuación:	Elaboración de recursos de aprendizaje
Código	<b>PID-2025-INNV065</b>

### Memoria Final de Resultados

**Obstáculos epistemológicos y una propuesta para la enseñanza de operación binaria en matemáticas.**

**Epistemological obstacles and a proposal for teaching binary operations in mathematics**

#### Resumen:

En esta propuesta de innovación se analiza sobre la comprensión que poseen los estudiantes de matemática sobre las operaciones binarias, examinando algunos obstáculos epistemológicos que dificultan la comprensión de este concepto en contextos algebraicos generales. El estudio surge de la necesidad de determinar conocimientos y obstáculos epistemológicos relacionados al concepto de operación binaria y desarrollar una propuesta didáctica que mejore dicha situación. La investigación se fundamenta en la Teoría de Situaciones Didácticas como marco teórico y metodológico. A partir de este enfoque se

construyó un material didáctico basado en situaciones didácticas que permitió mejorar el conocimiento sobre operaciones. Este material está conformado por secuencias didácticas desarrolladas según las fases de la Teoría de Situaciones Didácticas: acción, formulación, validación e institucionalización. Los resultados obtenidos muestran mejoras significativas en la comprensión de operación matemática y la superación de obstáculos epistemológicos vinculados a dicho concepto.

**Abstract:**

This innovative proposal analyzes students' understanding of binary operations in mathematics, examining some epistemological obstacles that hinder their comprehension of this concept in general algebraic contexts. The study stems from the need to determine the knowledge and epistemological obstacles related to the concept of binary operations and to develop a didactic proposal to improve this situation. The research is based on the Theory of Didactic Situations as its theoretical and methodological framework. From this approach, didactic materials were developed based on didactic situations that improved students' understanding of operations. These materials consist of didactic sequences developed according to the phases of the Theory of Didactic Situations: action, formulation, validation, and institutionalization. The results obtained show significant improvements in the understanding of mathematical operations and the overcoming of epistemological obstacles related to this concept.

**Palabras clave:**

Operaciones binarias; operaciones algebraicas; obstáculos epistemológicos; Teoría de Situaciones Didácticas; situaciones a-didácticas.

**I. INTRODUCCIÓN:**

El concepto de operación binaria es de gran importancia en matemáticas y en el estudio de las estructuras algebraicas. En esta investigación, se analizaron las dificultades conceptuales y los obstáculos epistemológicos que resultan en el proceso de enseñanza y aprendizaje del concepto de operación binaria, con el propósito de diseñar y proponer una estrategia didáctica que contribuya a resolver dichos problemas. A pesar de que la noción de operación binaria se aborda de forma sistemática en los cursos de matemáticas impartidos en bachillerato y en cursos básicos de matemática a nivel superior, se han identificado dificultades recurrentes

tanto en el aspecto teórico como en el procedimental. Los modos de comprensión de los números enteros influyen significativamente en la enseñanza del álgebra (Vidal-Szabó, Parraguez, Bonilla & Campos, 2023). Dichas dificultades están vinculadas con la formalización del concepto de operación y al lenguaje matemático que se utiliza para dicho propósito, lo que produce que no se asimilen e internalicen dichos procesos en diversos contextos de la matemática. La observación de las actividades didácticas permite analizar el aprendizaje matemático (Brousseau, 1978)

La enseñanza de las operaciones matemáticas, desde una perspectiva curricular se introducen en la educación primaria a través de las operaciones fundamentales de suma, resta, multiplicación y división. Posteriormente, en Educación Secundaria, esta noción se generaliza a objetos matemáticos más complejos como polinomios, vectores y matrices. Por otro lado, a medida que la conceptualización de operación binaria se vuelve más abstracta, los estudiantes suelen enfrentar dificultades en la construcción de significados, en la interpretación de los procesos algebraicos y en la aplicación del concepto de operación en contextos más abstractos. La Teoría de Situaciones Didácticas explica como favorecen las interacciones entre estudiante, docente la construcción del conocimiento (Brousseau, 1997)

Meneses y Reyes (2024) afirman que la Teoría de Situaciones Didácticas constituye un apoyo relevante para la comprensión matemática. Para abordar las problemáticas descritas anteriormente, el presente proyecto se fundamenta en la Teoría de situaciones Didácticas como marco metodológico de investigación. Se implementó un diseño preexperimental sin grupo de control, basado en la aplicación de un instrumento de evaluación tipo test en dos momentos: Una prueba diagnóstica (pretest) y una prueba posterior a la intervención didáctica (postest). El pretest permitió identificar percepciones conceptuales y operacionales que presentaron los estudiantes en relación con las operaciones binarias, proporcionando insumos clave para la elaboración de un material didáctico. Dicho material sirvió como guía estructurada para el aprendizaje de operaciones binarias y se implementó en un conjunto de sesiones de enseñanza en un grupo de al menos treinta (30) estudiantes de la Licenciatura en Matemáticas orientada a la Educación Secundaria del ISFODOSU.

Al utilizar este enfoque metodológico, se pretendió no solo estudiar el impacto de la estrategia didáctica propuesta, sino también generar reflexiones sobre dificultades cognitivas que enfrentan los estudiantes cuando aprenden el concepto de operación binaria. De esta

forma, se contribuye al desarrollo de prácticas pedagógicas más eficientes en la enseñanza de las matemáticas a nivel universitario.

## **II. HERRAMIENTAS, RECURSOS UTILIZADOS Y METODOLOGÍA APLICADA.**

Para la realización de este proyecto se utilizó la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) propuesta por Brousseau. Con esta metodología se favorece la construcción autónoma y significativa del conocimiento, ya que propone que el aprendizaje de la matemática se activa haciendo uso de situaciones diseñadas, en las cuales se generan conflictos cognitivos que generan en el estudiante comprensión de los conceptos matemáticos. Para la TSD, es importante la situación didáctica, el Contrato Didáctico y la situación a-didáctica. Godino, Burgos y Wilhelmi (2020) realizan una revisión crítica del papel de las situaciones a-didácticas en el aprendizaje de la matemática. En el desarrollo de la investigación se tomaron en cuenta algunos de los obstáculos epistemológicos que surgen cuando se cambian concepciones previas y se desarrollan nuevas formas de pensar que se adaptan a estructuras relacionadas a operación binaria. La Teoría de Situaciones Didácticas constituye un legado para el desarrollo de la educación matemática (Galvez & Block, 2024)

### **Metodología:**

La Teoría de Situaciones Didácticas mantiene una importante vigencia en la investigación sobre educación matemática (Santos, 2023). El proyecto se estructura en tres fases: diagnóstico, intervención y evaluación.

#### **Fase 1: (Diagnostico)**

- Aplicación de un instrumento de evaluación (pretest) a los estudiantes para identificar dificultades en la comprensión de las operaciones binarias.
- Análisis cualitativo y cuantitativo de los resultados para determinar los aspectos críticos en el aprendizaje.

#### **Fase 2: (Intervención)**

- Diseño de un material didáctico especializado, basado en la Teoría de Situaciones Didácticas, que tome en cuenta:
  - Problemas contextualizados.
  - Representaciones algebraicas y simbólicas.

Actividades interactivas para mejorar la construcción del conocimiento.

- Se Implementaron las estrategias didácticas en sesiones, donde se abordaron diferentes niveles de abstracción del concepto de operación. El uso de estrategias en situaciones a-didácticas puede fortalecer la conceptualización numérica en estudiantes (Medina & Caneo, 2020)
- La intervención didáctica en el aula se orientó siguiendo un material didáctico que está estructurado en 8 actividades dirigidas al aprendizaje del concepto de operación binaria. Las ocho actividades se realizaron en 10 encuentros de dos horas de duración por encuentro. Las actividades tienen una estructura diseñada siguiendo lo establecido en la Teoría de Situaciones Didácticas. Cada actividad tiene un contenido teórico preliminar que fué socializado por el docente y luego, se desarrollan las cuatro fases de la metodología que son: Acción, Formalización, Validación y la Situación de Institucionalización, es fundamental en el proceso las situaciones a-didácticas. Las situaciones a-didácticas promueven procesos de aprendizaje autónomo y significativo (García & Martínez, 2019).

### **Fase 3: (Evaluación)**

- Se aplicó un instrumento de evaluación final (postest) para medir la evolución en la comprensión en el concepto de operación.
- Comparación de los resultados del pretest y el postest mediante un análisis estadístico de comparación de medias apareadas.
- Se realizó la prueba a un grupo de 37 personas. Se realizaron dos pruebas de 25 items cada uno (pre y postest). Con este procedimiento el coeficiente de confiabilidad de Cronbach  $\alpha = 0.73$ . Por otro lado, el instrumento presentó una consistencia interna aceptable ( $KR-20=0.73$ ), mostrando una homogeneidad adecuada entre los ítems para fines diagnósticos.

### III. RESULTADOS OBTENIDOS, CON VALORACIÓN Y META-EVALUACIÓN DE ESTOS

Se construyó un material didáctico sobre operación binaria que permitió mejorar y aprender lo que es una operación binaria. Dicho material se construyó en sesiones de trabajo siguiendo cada sesión las fases de la Teoría de Situaciones Didáctica de Brousseau. La construcción de dicho material fue producto de intervenciones didácticas previas a la investigación para lograr un recurso didáctico significativo. Dentro de la investigación, para la construcción de cada taller se consideraron los posibles obstáculos epistemológicos en los encuentros áulicos realizados, siguiendo la metodología de las Situaciones Didácticas (TSD). Es importante mencionar que cada fase de la TSD fue considerada en cada taller. Cada taller se iniciaba con una intervención inicial del docente con los temas claves de cada taller y los estudiantes trabajaban en grupos realizando las actividades sin intervención del docente (situación a-didáctica). Se realizó un total de 10 talleres, en los cuales se diseñó una experiencia didáctica basada en la Teoría de situaciones didácticas.

En cada sesión se explicó la importancia de los valores éticos indispensables para el resultado de la investigación y que, al realizar cada actividad recogida en los talleres, los estudiantes expresaron el compromiso de trabajar en equipo, presentar solo los resultados que obtuvieron en cada taller. Durante el proceso, se realizó una revisión sistemática y crítica de las fases de la Teoría de Situaciones Didácticas. Los procesos y resultados de cada taller fueron diseñados para medir y determinar la calidad de los aprendizajes relacionados al concepto de operación binaria. Se realizó un registro de cada actividad teniendo en cuenta la validez y la utilidad de cada proceso realizado en las intervenciones didácticas. Esta metaevaluación mejoró considerablemente los procesos de evaluación y dio fuerza a la veracidad de las conclusiones.

Para medir la efectividad de la estrategia didáctica propuesta, se realizaron las siguientes evaluaciones:

#### 1. Evaluación del aprendizaje de los estudiantes:

- Comparación de los resultados obtenidos en el pretest y el posttest mediante análisis estadísticos.
- Identificación de mejoras en la comprensión del concepto de operación binaria.

#### 2. Evaluación del impacto didáctico.

- Aplicación de encuesta a los estudiantes sobre su percepción respecto a la metodología empleada. Con esta encuesta se pretende realizar una valoración cualitativa de los participantes sobre el material didáctico que será implementado en la investigación.

- Observaciones en el aula sobre la participación e interacción de los estudiantes con la estrategia propuesta.

### 3. Evaluación de la viabilidad y aplicabilidad:

En este Proyecto de Innovación Didáctica, se propone una ruta de investigación que puede ser replicada en cualquier contexto relacionado a la enseñanza de la matemática. Está diseñado para estudiantes de educación superior en los primeros cuatrimestres de la carrera de educación orientada a la enseñanza de las matemáticas y también carreras afines a la matemática. Con este proyecto de innovación también se propone una estrategia didáctica que sirva para entender las operaciones binarias. Andrea Michelle et al. (2023) proponen una estrategia curricular innovadora para optimizar la enseñanza del concepto de operación matemática.

## **IV. CONCLUSIONES Y POSIBILIDADES DE GENERALIZACIÓN DE LA EXPERIENCIA.**

En este trabajo se presentó un Proyecto de innovación en la enseñanza de operación binaria utilizando la Teoría de Situaciones Didácticas. Se trabajó en el nivel de conocimiento de operación binaria en estudiantes universitarios que estudian matemática orientada a la educación secundaria en el ISFODOSU. Se trabajó con una muestra de 37 estudiantes del ISFODOSU. Se encontró que la mayoría no tenía nociones claras sobre operaciones matemáticas, aunque si manejaban las operaciones clásicas de suma y producto de los números y algunas operaciones con matrices.

1. Se mejoró la comprensión del concepto de operación, usando la metodología Teoría de Situaciones Didácticas. Se evidenció una reducción significativa en la confusión entre la aritmética elemental y la formalización algebraica de las operaciones.
2. Los estudiantes fortalecieron su capacidad de razonamiento lógico, y abstracción. La implementación de situaciones didácticas y de un material didáctico favoreció el aprendizaje.
3. Al promover una enseñanza basada en la resolución de problemas y el descubrimiento guiado, se espera una mayor autonomía en el aprendizaje.
4. Esta propuesta introduce una situación didáctica que puede ser replicada, contribuyendo a la didáctica de la matemática en el ámbito universitario.

5. Se diseñó un material didáctico especializado, que podrá ser utilizado en otros contextos educativos donde se estudien operaciones binarias.

Para realizar el análisis estadístico, se utilizó la prueba t de Student para muestras apareadas a un grupo de 37 estudiantes. Las mediciones fueron independientes y hubo una comparación de medias antes y después de la intervención. La prueba paramétrica usada fue la Prueba t de Student para muestras relacionadas (se usó una muestra de más de 30 personas).

Para medir si la intervención fue efectiva se realizó una prueba de hipótesis para las diferencias de medias.

## V. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

- Brousseau, G. (1978). *L'observation des activités didactiques*. *Reveu Française de pédagogie*, 45, 130-140.
- Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics: Didactique des mathematiques (1970-1990)*. Kluwer Academic Publishers. <http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00699759>
- García, L., & Martínez, A. (2019). La práctica pedagógica desde las situaciones a-didácticas en matemáticas. *Revista de Investigación*, 21(1), 123-135.  
<https://doi.org/10.19053/20278306.v9.n2.2019.9179>
- Meneses, L., & Reyes, R. (2024). Teoría de situaciones didácticas como apoyo a la comprensión matemática. *Uno Sapiens Boletín Científico De La Escuela Preparatoria No. 1*, 7(13), 21-26. <https://doi.org/10.29057/prepa1.v7i13.12655>
- Gálvez, G., & Block, D. (2024). La teoría de Situaciones didácticas, legado fundamental de Guy Brousseau a la educación matemática. *Educación Matemática*, 36(1), 258-263.  
<https://doi.org/10.24844/EM3601.14>
- Santos, J. (2023). Reivindicando la teoría de las situaciones didácticas: un Paradigma de Investigación vigente en la didáctica de las matemáticas. *Bolema: Boletín de Educação Matemática*, 37(76), 625-642.  
<http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a12>
- Godino, J. D., Burgos, M., & Wilhelmi, M. R. (2020). Papel de las situaciones a-didácticas en el aprendizaje matemático: Una mirada crítica desde el enfoque ontosemiótico. *Enseñanza de las Ciencias*, 38(1), 147-164.  
<https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2906>
- Medina, J., & Caneo, O. (2020). Situaciones a-didácticas a través de Scratch para la conceptualización numérica en estudiantes de cuarto año de enseñanza básica: Un caso de estudio. *Educación matemática*, 32(3), 121-152.  
<https://doi.org/10.24844/em3203.05>
- Andrea Michelle, T. L., Raquel Elizabeth, L. A., Parra Martha, Z., Paulina Iveth, V. Z., & Israel Alejandro, M. P. (2023). Optimización de la enseñanza de las operaciones

matemáticas básicas en estudiantes de primaria a través de la mejora curricular: una propuesta innovadora. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 7(3),6190-6213. [https://doi.org/10.37811/cl\\_rcm.v7i3.6619](https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v7i3.6619)

Vidal-Szabó, P., Parraguez, M., Bonilla, D., & Campos, S. (2023). Modos de pensar el conjunto  $Z$  en docentes que enseñan álgebra en los primeros años escolares. *Educación Matemática*, 35(2), 170-195. <https://doi.org/10.24844/EM3502.07>